**第九周习题课 二重积分**

1. 设是平面上以三点为顶点的三角形区域. 为其在第一象限的部分, 则积分等于 。









0

x









0

x

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 0

**解：**如图，将区域分割成，，，四个小区域，则



而 







所以，答案 (A)正确。

2.设积分区域, 则二重积分 。

**解：**，，所以



类似的方法可以证明：若为连续函数,是由围成的区域, 则



3.计算，其中积分区域是由抛物线与直线所围成.

(4,2)

(1,-1)





解: 积分区域如图所示

。

我们也可以换一种积分次序



右端的第一个积分为0(考虑对称性), 第二个积分值也是.

4.将积分化成累次积分,其中

.

**解:**  



所以



5.计算 .

解: 积分区域如右图 

交换积分顺序, 

6.求, 其中, 为取整函数.

解: 









7.求椭圆柱与平面及所围区域的体积.

解: 积分区域, 体积



注意, 最后一个积分是四分之一椭圆的面积.

8.求极限。

**解:** 用极坐标



9.计算由曲面 与所围成的空间的体积.

**解:**  



10求闭曲线所围区域的面积.

**解:** 闭曲线的极坐标方程为



面积为



11.求,其中为与的公共部分()

**解:** 



12.设区域，则二重积分＝ 。

**解：** 



【注记】本题用到的结论（函数的奇偶性，积分区域的对称性）。